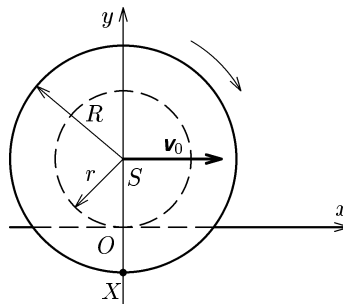


**Úlohy 1. kola 40. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie A**

1. Na vodorovné podložce se rovnoměrně odvaluje válec o poloměru  $r = 30$  cm. Osa válce se pohybuje rychlostí  $v_0 = 5$  m·s<sup>-1</sup>. Na podstavu válce je připevněno kolo o poloměru  $R = 50$  cm, které přesahuje přes okraj podložky. Osy obou těles jsou totožné.

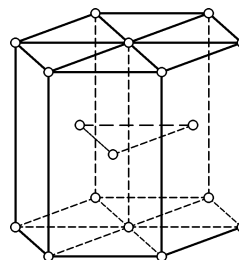


Obr. 1

- Napište parametrické rovnice trajektorie bodu  $X$  na obvodu kola. Počáteční polohu bodu a vztahnou soustavu zvolte podle obr. 1.
  - Popište, jak se v závislosti na čase mění souřadnice rychlosti a velikost rychlosti bodu  $X$ . Určete velikost rychlosti v nejnižších a nejvyšších bodech trajektorie.
  - Bod  $X$  se střídavě pohybuje vpřed a vzad. Určete, v jakém poměru jsou doby trvání těchto pohybů.
  - Popište, jak se v závislosti na čase mění souřadnice a velikost zrychlení bodu  $X$ .
  - V okolí nejnižších a nejvyšších bodů trajektorie můžeme pohyb bodu  $X$  popsat přibližně jako rovnoměrný pohyb po kružnici. Určete poloměry příslušných oskuláčnicích kružnic.
  - Trajektorii bodu  $X$  narýsujte v měřítku 1:10 na list papíru formátu A4.
2. Z určitého místa budeme házet kamenem. Počáteční rychlost kamene bude mít po každé stejnou velikost  $v_0$ , elevační úhel  $\alpha$  budeme měnit. Všechny hody budou probíhat v téže svislé rovině. Je-li kámen dostatečně velký, můžeme zanedbat odpor vzduchu a předpokládat, že trajektorie kamene je parabola.
- Určete množinu vrcholů všech těchto parabol.
  - Určete hranici oblasti, kterou můžeme kameny zasáhnout.
  - Výsledky úloh a), b) znázorněte graficky ve vhodném měřítku spolu s několika trajektoriemi pro různé elevační úhly. Volte  $v_0 = 20$  m·s<sup>-1</sup>,  $g = 10$  m·s<sup>-2</sup>.
3. a) Trubice o vnějším průměru  $D$  a vnitřním průměru  $d$  vyrobená ze skla o indexu lomu  $n$  je naplněna obarvenou tekutinou. Určete zdánlivé zvětšení vnitřního průměru trubice v důsledku lomu světla.
- b) Ze stejného skla je vyrobena tyč kruhového průřezu o průměru  $D$ , na kterou po jedné straně narýsujeme tenkou podélnou čáru. Určete zdánlivé zvětšení čáry při pohledu z protější strany.
- Úlohu řešte obecně a pro  $n = 1,52$  (relativní index lomu vzhledem ke vzduchu). Vnější průměry trubice a tyče jsou malé ve srovnání s konvenční zřakovou délkou.

4. Při výkladu fyzikálních vlastností kovů se často používají modely krystalových struktur, ve kterých atomy, jako vzájemně se dotýkající koule, vytvářejí prostorovou mřížku. O kovech je známo, že většina krystaluje v některém z třech typů mřížek:

- prostorově centrované kubické mřížce (např. Li, Na, Cr,  $\alpha$ Fe,  $\delta$ Fe),
- plošně centrované kubické mřížce (např. Cu, Ag, Ni, Pd,  $\gamma$ Fe),
- hexagonální mřížce, jejíž model je znázorněn na obr. 2 (např. Mg, Zn, Cd, Os).



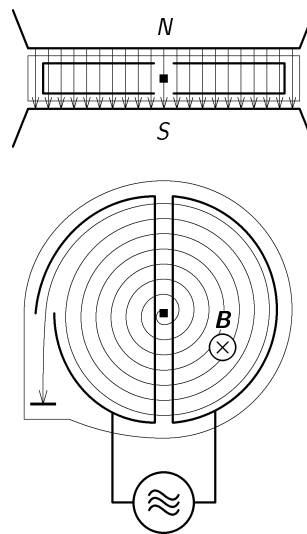
Obr. 2

Zaplnění prostoru krystalové mřížky atomy můžeme vyjádřit *koeficientem zaplnění*  $f = \frac{V}{V_0}$ , kde  $V_0$  je objem celé elementární buňky a  $V$  je objem její části, kterou zaplňují atomy.

- Popište a znázorněte rozmístění atomů a určete koeficient zaplnění v krystalech sodíku, stříbra a hořčíku.
- Určete poloměry atomů uvedených kovů, znáte-li jejich relativní atomové hmotnosti  $A_{rNa} = 22,990$ ,  $A_{rAg} = 107,87$ ,  $A_{rMg} = 24,305$  a hustoty  $\rho_{Na} = 971 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\rho_{Ag} = 10\,500 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ,  $\rho_{Mg} = 1\,740 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

5. K urychlování nabitých částic, zejména protonů, deuteronů a helionů (částic  $\alpha$ ) byl r. 1931 sestaven první kruhový urychlovač – *cyklotron*. Jeho schéma je na obr. 3. Mezi póly silného elektromagnetu, který vytváří homogenní magnetické pole o indukci  $B$ , se ve vakuové komoře nacházejí dvě půlválcové urychlovací elektrody, tzv. duanty, připojené ke zdroji vysokofrekvenčního střídavého napětí o amplitudě  $U_m$  a frekvenci  $f$ . Částice vznikající úplnou ionizací molekul plynu (vodíku, deuteria nebo helia) přiváděného do zdroje iontů, který je umístěn uprostřed vakuové komory, mají klidovou hmotnost  $m_0$  a náboj  $Ze$ . Uvnitř duantů se pohybují po kruhové trajektorii a při každém průchodu mezerou mezi duanty jsou urychleny elektrickým polem. Výsledný pohyb probíhá po spirále až do průchodu výstupním otvorem v jednom z duantů, za kterým částice dopadají na vhodný terčik. Cyklotrony se dodnes využívají pro náročné fyzikální experimenty a pro přípravu důležitých radionuklidů.

Vášim úkolem je dopočítat základní parametry cyklotronu, který má sloužit k urychlení deuteronů ( $m_0 = 3,34 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ,  $Z = 1$ ) na kinetickou energii



Obr. 3

$E_k = 15,0 \text{ MeV}$ . Magnetická indukce v komoře má velikost  $B = 1,40 \text{ T}$ . Vysokofrekvenční napětí duantů má amplitudu  $U_m = 160 \text{ kV}$ .

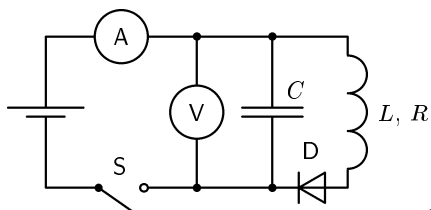
- Porovnejte klidovou a kinetickou energii deuteronů a ověřte, že v prvním přiblížení můžeme jejich hmotnost považovat za konstantní (rovnou  $m_0$ ). Za tohoto předpokladu řešte nerelativisticky úkoly b) až d).
- Princip cyklotronu vychází z poznatku, že frekvence, se kterou částice stálé hmotnosti obíhá po kruhové trajektorii kolmo k indukčním čarám v homogenním magnetickém poli, nezávisí na poloměru trajektorie. Stejnou frekvenci musí mít napětí přivedené na duanty. Určete její hodnotu pro náš cyklotron.
- Urychlení proběhne optimálním způsobem, když při každém průchodu částice mezerou mezi duanty je na nich právě napětí  $U_m$ . Kolik oběhů v takovém případě částice vykoná, než vyletí výstupním okénkem?
- Jakou rychlost deuterony získají a jaký bude poloměr poslední kruhové trajektorie?
- Relativistické zvětšení hmotnosti částice během urychlení omezuje použití cyklotronu do energií řádově desítek MeV. Určete relativisticky, s přihlédnutím ke zvětšení hmotnosti částice, rychlost vyletujících deuteronů, poloměr poslední kružnice a příslušnou frekvenci obíhání. Výsledky porovnejte s hodnotami získanými v b) a d).

## 6. Praktická úloha: Měření indukčnosti cívky

Úkoly:

- Sestavte obvod podle obr. 4. Použijte zdroje o napětí přibližně  $5 \text{ V}$  (např. plochou baterii), cívku  $1200$  závitů z rozkladného transformátoru, výkonovou diodu, stejnosměrný ampérmetr, stejnosměrný voltmetr, kvalitní kondenzátor o kapacitě alespoň  $8 \mu\text{F}$  (ne elektrolytický) a páčkový spínač. Měření proveďte:
  - na cívce s uzavřeným jádrem,
  - na cívce s rovným jádrem,
  - na cívce bez jádra.Kapacitu kondenzátoru změřte některou běžnou metodou (např. pomocí voltmetru a ampérmetru v obvodu střídavého proudu). Voltmetr by měl mít co největší odpor a rozsahy např.  $20 \text{ V}$  a  $200 \text{ V}$ .
- Při sepnutém spínači změřte proud  $I$  procházející cívku a napětí  $U_1$  na kondenzátoru. Pak přepněte voltmetr na vyšší rozsah (používáte-li ručkový přístroj, změňte také jeho polaritu) a rozepněte spínač. Dojde k překmitnutí obvodu LC a na kondenzátoru se objeví velké napětí opačné polarity, které se bude zvolna zmenšovat v důsledku vybíjení kondenzátoru přes voltmetr. Změřte napětí  $U_2$  bezprostředně po rozepnutí spínače. Pro každý typ cívky měření několikrát zopakujte.
- Odvoďte vztah pro výpočet indukčnosti cívky z kapacity  $C$  kondenzátoru, napětí  $U_1$ ,  $U_2$  a proudu  $I$ . Ztráty energie během překmitnutí na odporu cívky a na diodě zanedbejte.

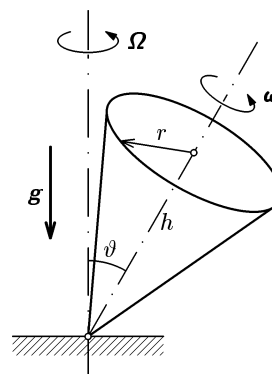
- d) Vypočtete indukčnosti cívky s uzavřeným jádrem, s rovným jádrem a bez jádra.



Obr. 4

7. Je dán homogenní rotační kužel hmotnosti  $m$  o poloměru základny  $r$  a výšce  $h$ .

- Vypočtete vzdálenost těžiště kužele od jeho vrcholu. Příslušný vzorec odvoďte.
- Vypočtete moment setrvačnosti kužele vzhledem k ose souměrnosti. Příslušný vzorec odvoďte.
- Kužel postavíme na špičku tak, že jeho osa souměrnosti bude odkloněna od svislice o ostrý úhel  $\vartheta$  a udělíme mu rotaci úhlovou rychlostí  $\omega$  okolo osy souměrnosti (obr. 5). Vypočtete úhlovou rychlost  $\Omega$  precese užitím přibližné teorie (tj. zanedbáním příspěvků precesního pohybu k momentu hybnosti).



Obr. 5

Řešte obecně a pak numericky pro  $m = 3,00$  kg,  $r = 0,100$  m,  $h = 0,200$  m,  $\omega = 300$  rad·s<sup>-1</sup>.