Ústřední výbor fyzikální olympiády České republiky

Úlohy regionálního kola 44. ročníku FO kategorie A

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

1. Sprinter

Sprinter Frankie Frederick z Namibie o hmotnosti 75 kg dosáhl v roce 1991 svých osobních rekordů v běhu na dráze $s_1 = 60$ m časem $t_1 = 6{,}47$ s a na dráze $s_2 = 100$ m časem $t_2 = 9{,}95$ s. Předpokládejme, že se na obou tratích rozbíhá se shodným konstantním výkonem, než dosáhne shodné maximální rychlosti, kterou se pak rovnoměrně pohybuje až do cíle. Odpor vzduchu zanedbejte.

a) Určete maximální rychlost sprintera v_m.

b) Určete na zrychleném úseku dobu pohybu t_0, dráhu s_0 a výkon sprintera P.

c) Určete okamžité zrychlení a_0 na konci zrychleného úseku.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak pro zadané hodnoty.

Poznámka: Na OH v Atlantě r. 1996 ve svém druhém výkonnostním vrcholu zlepšil svůj osobní rekord v běhu na 100 m časem 9,89 s.

2. Odporový drát

Řešte následující úlohy:

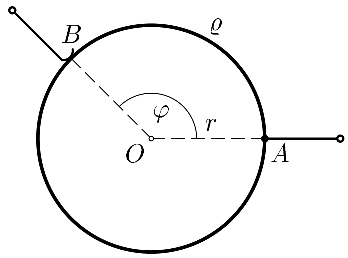
a) Odporový drát konstantního průřezu vyrobený z materiálu o rezistivitě ϱ je stočen do kružnice o poloměru r se středem v bodě O. Jeden vývod je připojen pevně v bodě A, druhý je spojen s kartáčkem B, který se může otáčet pod různým úhlem φ vzhledem k polopřímce OA (obr. 1).

1. Určete závislost elektrického odporu R mezi body A a B na úhlu φ.
2. Určete úhel φ, při kterém je tento odpor největší.

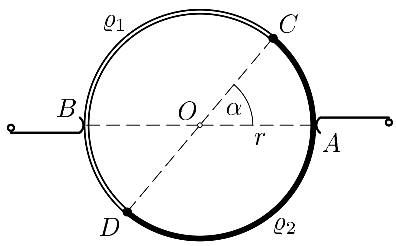
b) Odporový drát konstantního průřezu stočený do kružnice se středem v bodě O se skládá ze dvou půlkružnic vyrobených z materiálů o rezistivitách ϱ_1, ϱ_2. V protilehlých bodech k němu přiléhají kartáčky A, B vnějšího vedení (obr. 2).

1. Určete závislost odporu R mezi kartáčky na úhlu α, o který se otočí průměr CD.
2. Jak musíme zvolit úhel α, aby odpor byl co největší?

V obou případech a) i b) určete obecně také hodnotu maximálního odporu.



Obr. 1



Obr. 2

3. Osvětlení duté polokoule

Nad středem polokoule o poloměru R je ve výšce h bodový zdroj Z o svítivosti I (obr. 3).

a) Odvoďte obecný vztah $E = E(I, h, R, \beta)$ pro výpočet osvětlení jednotlivých bodů polokoule.

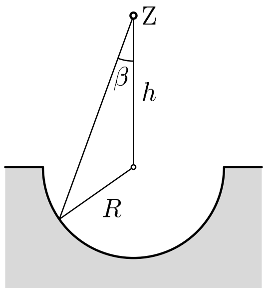
b) Určete místa největšího osvětlení $E_{\max}$ a nejmenšího osvětlení $E_{\min}$ na polokouli, je-li $h = R$, a velikost osvětlení v těchto místech.

c) Určete úhel β, kde osvětlení nabývá střední hodnoty z úlohy b), tj.

$$E_{\mathrm{s}} = \frac{E_{\min} + E_{\max}}{2}.$$

d) Kam bychom museli umístit zdroj Z, aby polokoule byla osvětlena rovnoměrně, a jaká by byla hodnota tohoto osvětlení?

Řešte obecně a pro hodnoty $R = 1{,}00$ m, $I = 200$ cd.



Obr. 3

4. Bublinka ve vodě

V nádobě s vodou sycenou plynem CO_2 se tvoří bublinky. Budeme zkoumat svislý pohyb jedné z bublinek, která se odtrhla ode dna nádoby. Předpokládejte, že má poloměr $r = 0{,}250$ mm, který se při pohybu nemění. Rovněž hustotu plynu $\varrho_\mathrm{p} = 2{,}00\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$ předpokládejte konstantní.

a) Odvoďte funkci $v = v(t)$ popisující závislost rychlosti bublinky na čase za předpokladu působení odporové síly podle Stokesova vztahu.

b) Vypočítejte mezní rychlost v_m bublinky.

c) Určete mezní rychlost v'_m bublinky, která vznikne spojením dvou stejných bublinek o poloměru r. Vliv povrchového napětí vody na změnu celkoveho objemu neuvažujte.

d) Vypočítejte dobu t_1 od okamžiku, kdy se naše bublinka odtrhla ode dna, za kterou dosáhne 99 % mezní rychlosti v_m. Posuďte, která veličina nejvíce ovlivňuje fakt, že pohyb bublinky je od samého začátku prakticky rovnoměrný.

Výsledné vztahy zjednodušte při uvážení $\varrho_\mathrm{p} \ll \varrho$, kde $\varrho = 1{,}00 \cdot 10^3\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$ je hustota vody. Dynamická viskozita vody je $\eta = 1{,}07 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{Pa}\cdot\mathrm{s}$.