Úlohy 1. kola 45. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

1. Cyklista vyšlapal kopec, na vrcholu se otočil a po téže trase se vrátil zpět. Na vrcholu na svém computeru zjistil průměrnou rychlost $v_1 = 16{,}21\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$, computer vynuloval a v cíli opět přečetl průměrnou rychlost jízdy z kopce $v_2 = 44{,}08\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

Druhý cyklista jel stejnou trasu, ale na vrcholu computer nevynuloval. Na vrcholu mu computer ukázal průměrnou rychlost $v_1' = 15{,}95\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ a v cíli průměrnou rychlost $v_\mathrm{p}' = 23{,}82\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$.

a) Určete průměrnou rychlost v_p celé jízdy prvního cyklisty.

b) Určete průměrnou rychlost v_2' jízdy z kopce druhého cyklisty.

c) Určete pro každého cyklistu poměr doby jízdy do kopce a jízdy z kopce.

Řešte nejprve obecně a pak pro dané hodnoty.

2. Sprinter měl při tréninku na trati délky $s = 100\ \mathrm{m}$ vymezený úsek, na kterém se měl rozbíhat rovnoměrně zrychleným pohybem a dosaženou rychlostí pak pokračovat do cíle. Trenér nejprve stanovil délku zrychleného úseku $s_1 = 36\ \mathrm{m}$ a naměřil na něm čas $t_1 = 9{,}0\ \mathrm{s}$, podruhé délku $s_2 = 30\ \mathrm{m}$ a naměřil na něm čas $t_2 = 7{,}0\ \mathrm{s}$.

a) Určete dosažené maximální rychlosti v_m1, v_m2 a konečné časy t_k1, t_k2 na celé dráze s.

b) Určete maximální rychlost v_m3, které by sprinter musel dosáhnout na dráze $s_3 = s_2 = 30\ \mathrm{m}$ a poté udržet do cíle, aby doběhl v konečném čase $t_\mathrm{k3} = 12{,}0\ \mathrm{s}$.

c) Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti rychlosti na čase všech tří běhů.

d) Určete zrychlení sprintera při rozbíhání v každém z uvedených běhů.

Úlohy a), b) řešte obecně, pak pro dané číselné hodnoty.

3. Součástí hry ruské kuželky je koule o hmotnosti $m = 2{,}60\ \mathrm{kg}$ zavěšená na lanku tak, že těžiště koule se nachází ve vzdálenosti $l = 2{,}58\ \mathrm{m}$ od bodu závěsu (l je součet délky lanka a poloměru koule). Koule byla roztočena tak, že se pohybovala po kružnici ve vodorovné rovině a lanko svíralo se svislým směrem úhel $\alpha = 60°$.

a) Určete velikost F síly, kterou je napínáno lanko.

b) Určete velikost v obvodové rychlosti koule.

c) Určete periodu T oběhu koule.

d) Určete práci W nutnou k uvedení koule zavěšené v klidu do popsaného pohybu.

Úlohu řešte nejprve obecně, pak obecně s daným úhlem 60° a nakonec číselně pro dané hodnoty l, m a g.

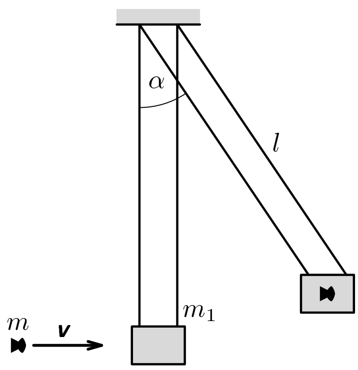
4. K měření rychlosti střely můžeme použít balistické kyvadlo. Při měření rychlosti diaboly vystřelené ze vzduchovky byla použita malá krabička s pískem o celkové hmotnosti $m_1 = 61$ g zavěšená na rovnoběžných vláknech délky $l = 77$ cm. Diabola o hmotnosti $m = 0{,}52$ g vystřelená ve vodorovném směru uvízla v krabičce a vlákna závěsu se vychýlila o úhel $\alpha = 34°$ (obr. 1).

a) Určete velikost v rychlosti diaboly po výstřelu.

b) Určete kinetickou energii diaboly. Z jaké výšky by muselo spadnout těleso o hmotnosti 1 kg, aby mělo při dopadu stejnou kinetickou energii?

c) Určete, jaká část kinetické energie diaboly se zachovala ve formě mechanické energie.

d) Určete zrychlení diaboly v hlavni vzduchovky a dobu pohybu diaboly v hlavni, za předpokladu, že pohyb střely v hlavni byl rovnoměrně zrychlený. Délka hlavně je $d = 53$ cm.



Obr. 1

Řešte obecně a pak pro dané hodnoty. Při obecném řešení části d) považujte velikost v rychlosti vystřelené diaboly za danou.

5. Automobil o hmotnosti $m = 1000$ kg se rozjížděl z klidu po dobu $t_\mathrm{r} = 8{,}0$ s se stálým zrychlením o velikosti $a = 2{,}0\ \mathrm{m\cdot s^{-2}}$.

a) Určete průměrný výkon P_p při rozjíždění.

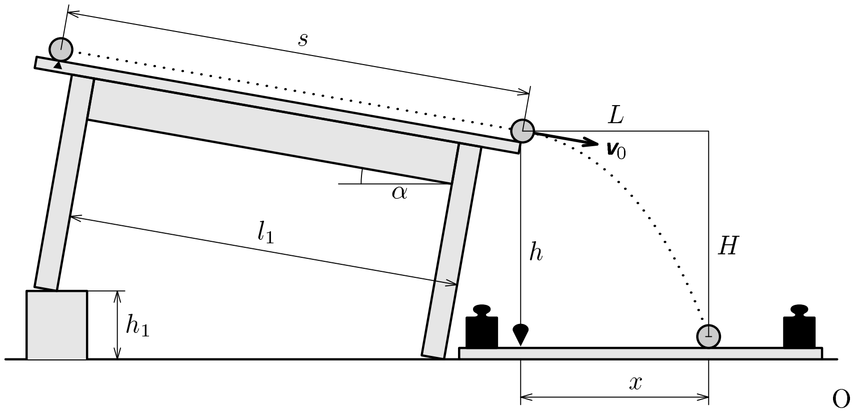
b) Určete okamžitý výkon P_1 v čase $t_1 = 5{,}0$ s a okamžitý výkon P_k na konci rozjíždění.

c) Sestrojte graf závislosti okamžitého výkonu na čase.

d) Podruhé se tentýž automobil rozjížděl po stejnou dobu se stálým výkonem P_k určeným v úloze b). Určete velikost konečné rychlosti v'_k.

e) Sestrojte graf závislosti okamžité rychlosti na čase pro pohyb v úloze d).

6. *Praktická úloha:* **Vrh šikmý dolů**



Obr. 2

Pomůcky: nakloněná rovina, ocelová kulička z ložiska (průměr alespoň 2 cm), délkové měřidlo, olovnice, dřevěná deska, kopírovací papír, závaží

Teorie: Provedeme pokus podle obr. 2: Ocelovou kuličku o poloměru r umístíme na horní konec nakloněné roviny délky s se sklonem α a uvolníme. Ze zákona zachování energie pro valivý pohyb kuličky po nakloněné rovině plyne

$$mgs\sin\alpha = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\cdot\frac{v_0^2}{r^2} = \frac{7}{10}mv_0^2\,,$$

kde J je moment setrvačnosti kuličky a ω je její úhlová rychlost na konci nakloněné roviny a v_0 je velikost rychlosti středu kuličky na konci nakloněné roviny, která je počáteční rychlostí následujícího šikmého vrhu. Úpravou dostaneme vztah

$$v_0 = \sqrt{\frac{10}{7}gs\sin\alpha}\,. \qquad (1)$$

Šikmý vrh kuličky probíhá podle kinematických zákonů

$$x = v_0t\cos\alpha\,, \qquad y = H - v_0t\sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2\,.$$

V okamžiku dopadu je $y = 0$. Řešením kvadratické rovnice určíme dobu letu

$$t_1 = \frac{-\,v_0\sin\alpha + \sqrt{v_0^2\sin^2\alpha + 2gH}}{g}\,.$$

Dosazením dostaneme vztah pro výpočet teoretické délky vrhu

$$L_{\mathrm{t}} = v_0 t_1 \cos\alpha = v_0 \cos\alpha \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gH} - v_0 \sin\alpha}{g}\,. \tag{2}$$

Skutečnou délku vrhu L a výšku H určíme měřením podle obr. 2. Platí

$$H = h - r(1 - \cos\alpha) \approx h\,, \qquad L = x - r\sin\alpha \approx x\,.$$

Úkol: Proveďte pokusy podle obr. 2, změřte pokaždé skutečnou délku vrhu L a porovnejte ji s teoretickou délkou L_{t} vypočtenou pomocí vztahů (1) a (2).

Pokyny k provedení: Nakloněnou rovinu získáme podložením jedné strany žákovského stolku pomocí špalíků výšky h_1 alespoň 15 cm. Úhel nakloněné roviny určíme ze vztahu $\sin\alpha = h_1/l_1$, kde l_1 je vzdálenost noh stolku.

Na podlahu položíme dřevěnou desku, abychom ji chránili před dopady kuličky. Na desku natáhneme papír a na krajích jej zatížíme závažími. Do místa předpokládaného dopadu kuličky umístíme kopírovací papír, pomocí kterého dopad zaznamenáme.

Měření opakujte několikrát pro různé hodnoty h_1 a s. Naměřené a vypočtené hodnoty zapište do tabulky:

$\frac{r}{\mathrm{mm}}$	$\frac{h_1}{\mathrm{cm}}$	$\frac{l_1}{\mathrm{cm}}$	α	$\frac{s}{\mathrm{m}}$	$\frac{v_0}{\mathrm{m\cdot s^{-1}}}$	$\frac{h}{\mathrm{m}}$	$\frac{x}{\mathrm{m}}$	$\frac{H}{\mathrm{m}}$	$\frac{L}{\mathrm{m}}$	$\frac{L_{\mathrm{t}}}{\mathrm{m}}$	Odchylka %

7. Těleso bylo v homogenním tíhovém poli vrženo šikmo vzhůru tak, že dosáhlo maximální výšky h a dopadlo do vzdálenosti d od místa vrhu. Místo vrhu a místo dopadu leží v téže vodorovné rovině.

a) Určete dobu letu t_1.

b) Určete minimální velikost rychlosti v_{min} a maximální velikost rychlosti v_{max} během letu.

c) Určete elevační úhel vrhu α.

d) Určete maximální délku vrhu d_{max}, které lze dosáhnout při stejně velké počáteční rychlosti.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $h = 14{,}0$ m, $d = 37{,}0$ m. Odpor vzduchu zanedbejte.