

## Úlohy 1. kola 46. ročníku fyzikální olympiády. Kategorie B

Ve všech úlohách počítejte s tíhovým zrychlením  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ .

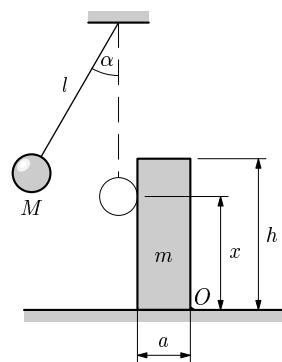
### 1. Klouzání po kouli v homogenním tíhovém poli

Na horizontální rovině je upevněna dokonale hladká koule o poloměru  $R = 1 \text{ m}$ . Z jejího nejvyššího bodu necháme volně sklouznout malé tělíčko (hmotný bod). Tělíčko se bude nejprve pohybovat po povrchu koule, ale v určitém místě povrch koule opustí. Určete:

- místo na kouli, v němž tělíčko kouli opustí,
- vzdálenost místa dopadu tělíčka a místa dotyku koule s rovinou,
- rychlost dopadu tělíčka na vodorovnou rovinu.

### 2. Převrácení sloupku

Na vodorovné podložce stojí homogenní sloupek tvaru pravidelného čtyřbokého hranolu o hmotnosti  $m$  s podstavnou hranou délky  $a$ , výškou  $h$ . Na vlákně délky  $l$  je upevněna koule o hmotnosti  $M$ , která se v rovnovážné poloze dotýká sloupku ve výšce  $x$  nad podložkou (obr. 1). Kouli vychýlíme při napnutém vlákně o úhel  $\alpha \leq 90^\circ$  a pustíme ji. Při návratu do rovnovážné polohy narazí na sloupek, přičemž náraz považujeme za dokonale pružný. V bodě  $O$  podložky je malá zarážka, takže sloupek se nemůže po podložce sklouznout.



Obr. 1

- Jaká musí být výška  $x$ , aby koule po nárazu na sloupek zůstala nehybná?
- Jaký musí být v tomto případě úhel  $\alpha$ , aby se sloupek převrátil?

Úlohu řešte obecně a určete podmínky řešitelnosti.

Moment setrvačnosti sloupku vzhledem k ose procházející jeho těžištěm rovnoběžně s podstavnou hranou je  $J_0 = \frac{1}{12}m(a^2 + h^2)$ .

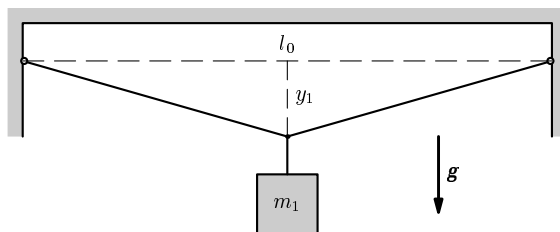
### 3. Napínání drátu

Ocelový drát s obsahem  $S$  příčného řezu je vodorovně upevněn mezi dvěma svorkami tuhého rámu, jejichž vzdálenost je  $l_0$ . Počáteční normálové napětí drátu je zanedbatelné.

- Jakou hmotnost  $m_1$  musí mít závaží, které zavěsíme uprostřed drátu (obr. 2), aby normálové napětí v drátu dosáhlo meze úměrnosti  $\sigma_1$ ? Jaká bude v tomto případě výchylka  $y_1$  středu drátu? Modul pružnosti v tahu pro daný drát je  $E$ .
- Jak se bude měnit výchylka  $y$  středu drátu v závislosti na hmotnosti závaží v intervalu  $0 < m < m_1$ ? Sestrojte graf této závislosti.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty  $S = 1,00 \text{ mm}^2$ ,  $E = 2,2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ,  $\sigma_1 = 6,0 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ ,  $l_0 = 2,0 \text{ m}$ .

Při řešení můžete použít přibližný vztah  $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$  pro  $x \ll 1$ .



Obr. 2

### 4. Kmitání misky zavěšené na pružině

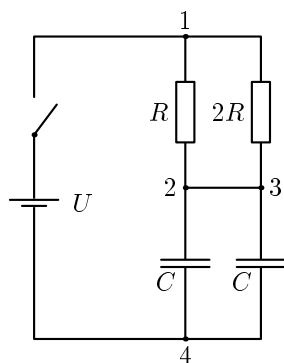
Na stojanu je zavěšena pružina o zanedbatelné hmotnosti zatížená masivní miskou o neznámé hmotnosti  $m_1$ . Po vychýlení misky ve svislém směru se celá soustava rozkmitala s periodou  $T_1$  a po delší době se ustálila v rovnovážné poloze. Pak jsme umístili těsně nad misku závaží o známé hmotnosti  $m_2$  a pustili je na misku. Soustava se opět rozkmitala, tentokrát s periodou  $T_2$ .

- Určete hmotnost misky  $m_1$  a tuhost pružiny  $k$ .
- S jakou amplitudou se miska rozkmitala po uvolnění závaží?
- Jak se měnila tíha, kterou působilo závaží na misku během kmitání? Vyjádřete závislost velikosti této síly na čase a určete poměr její největší a nejmenší hodnoty.

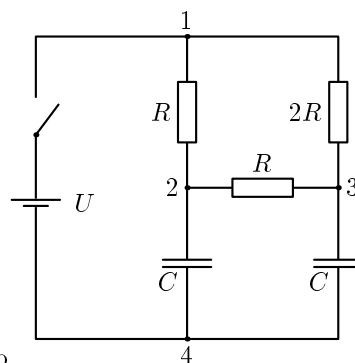
Řešte obecně a pro hodnoty  $T_1 = 1,50 \text{ s}$ ,  $T_2 = 2,05 \text{ s}$ ,  $m_2 = 1,00 \text{ kg}$ .

## 5. Nabíjení kondenzátorů

- V zapojení podle obr. 3a sepneme spínač a nabijeme dva paralelně spojené kondenzátory o stejné kapacitě  $C$  ze zdroje o elektromotorickém napětí  $U$  a zanedbatelném vnitřním odporu přes dva paralelně spojené rezistory o odporech  $R$  a  $2R$ . Jaký náboj projde během nabíjení mezi uzly 2 a 3?
- Podruhé vložíme mezi uzly 2 a 3 rezistor o odporu  $R$  (obr. 3 b). Jaký náboj projde během nabíjení mezi uzly 2 a 3 v tomto případě?
- V obou případech určete celkové Joulovo teplo, které během nabíjení vznikne na všech rezistorech obvodu.



Obr. 3a



Obr. 3b

## 6. Praktická úloha: Určení elektrochemického ekvivalentu mědi při elektrolýze roztoku síranu měďnatého

*Teorie:* Procházel-li elektrický proud nádobou s roztokem síranu měďnatého (modré skalice)  $\text{CuSO}_4$  a měděnými elektrodami, anoda se rozpouští a na katodě se naopak vylučuje velmi čistá měď. Podle 1. Faradayova zákona pro elektrolýzu je hmotnost  $m$  vyloučené látky přímo úměrná prošlému náboji  $Q$ :

$$m = AQ = AIt.$$

Konstanta úměrnosti  $A$  je *elektrochemický ekvivalent* vylučované látky, v daném případě dvojmocné mědi.

*Provedení úlohy:* Použijeme školní soupravu pro pokusy z elektrolýzy (hranatá kádinka, dva držáky elektrod, elektrody). Do kádinky nalejeme roztok 0,5 molu modré skalice v 0,5 litru vody. Měděné elektrody očistíme smirkovým papírem a tu, kterou použijeme jako katodu, pečlivě zvážíme. Sestavíme soupravu tak, aby elektrody byly vzájemně rovnoběžné a ponořené části elektrod měly plošný obsah alespoň  $25 \text{ cm}^2$ . (Počítáme jen stranu přivrácenou k druhé elektrodě.) Soupravu připojíme k regulovatelnému zdroji stejnosměrného napětí nebo přes

vhodný reostat ke zdroji stálého stejnosměrného napětí a po dostatečně dlouhou dobu (alespoň jednu hodinu) udržujeme stálý proud 0,5 A. Po vypnutí proudu vyjmeme katodu, opláchneme ji a osušíme proudem horkého vzduchu (neotíráme). Suchou elektrodu znovu zvážíme.

*Úkol:* Z hmotnosti mědi vyloučené na katodě a náboje, který prošel elektrolytem určete elektrochemický ekvivalent mědi. Zhodnoťte přesnost měření a odhadněte možnou chybu výsledku. Výsledek porovnejte s tabulkovou hodnotou.

## 7. Stoupající gumový balonek

Gumový balonek o hmotnosti  $m_b = 2,50$  g je naplněn heliem tak, že při okolním atmosférickém tlaku  $p_{a0} = 0,973 \cdot 10^5$  Pa má objem  $V_0 = 7,50$  l a tlak uvnitř balonku je  $p_0 = 0,988 \cdot 10^5$  Pa. Helium má teplotu  $t_0 = 17,0$  °C okolního vzduchu.

- Určete počáteční zrychlení  $a_0$  balonku po jeho uvolnění.
- Vypočítejte výšku  $h$ , ve které balonek praskne, víte-li z experimentu, že k tomu dojde, když se jeho objem zvětší na  $V = \alpha V_0$ , kde  $\alpha = 3,0$ . Předpokládejte přitom, že objem balonku se při výstupu zvětšuje tak, že je přímo úměrný přetlaku plynu vzhledem k okolnímu atmosférickému tlaku, a že teplota vzduchu se s výškou nemění.
- Stanovte podmínky řešitelnosti úlohy.

*Poznámka:* K řešení můžete použít *barometrickou rovnici* (viz studijní text *Mechanika ideálních plynů*):

$$p_a = p_{a0} \cdot e^{-\frac{\rho_0}{p_{a0}}gh} = p_{a0} \cdot e^{-\frac{M_m}{RT_0}gh}.$$

Molární hmotnost vzduchu  $M_m = 28,96 \cdot 10^{-3}$  kg · mol<sup>-1</sup>,

molární hmotnost helia  $M'_m = 4,003 \cdot 10^{-3}$  kg · mol<sup>-1</sup>,

molární plynová konstanta  $R = 8,314$  J · mol<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>.