Úlohy 1. kola 46. ročníku fyzikální olympiády. *Kategorie D*

1. Felicia a Octavia

Felicia se pohybovala rychlostí 7,2 km $\cdot$ h^{-1} v přiváděcím pruhu z vedlejší silnice na hlavní, když po hlavní silnici kolem ní projela Octavia rychlostí 90 km $\cdot$ h^{-1}. Po uplynutí 2 s začal řidič Felicie zrychlovat a za dobu 18 s rovnoměrně zrychleného pohybu dosáhl rychlosti 72 km $\cdot$ h^{-1}. Po 20 s rovnoměrného pohybu řidič začal brzdit, neboť právě spatřil 90 m před sebou stojící Octavii. Brzdil rovnoměrně zpomaleně tak, že zastavil 10 m za Octavií.

a) Sestrojte graf závislosti rychlosti na čase pro Felicii.

b) Z grafu určete dráhu, kterou urazila Felicia, a její průměrnou rychlost.

c) Za předpokladu, že Octavia zastavovala rovnoměrně zpomaleným pohybem se stejným zrychlením jako Felicia, sestrojte do téhož obrázku graf závislosti rychlosti na čase pro Octavii.

d) Z grafu určete časový okamžik, v němž byla vzdálenost mezi automobily maximální, a tuto vzdálenost.

2. Okamžité rychlosti

Cyklista jede na kole rovnoměrným přímočarým pohybem rychlostí o velikosti v_0. Vzhledem k pozorovateli pevně spojenému se zemským povrchem vykonává každý bod předního nebo zadního kola mimo osu otáčení pohyb, který lze rozložit na dva nezávislé pohyby, s celým bicyklem posuvný pohyb a kolem osy otáčivý pohyb.

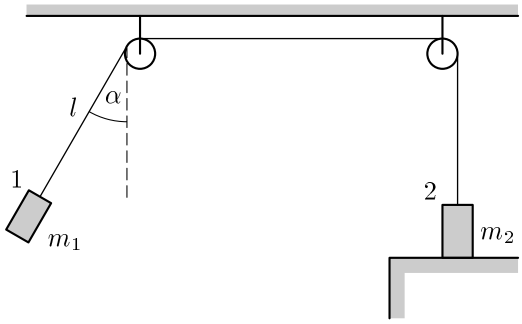
a) Sestrojte kružnici znázorňující kolo bicyklu o poloměru r. Na kružnici zvolte bod A, který představuje např. malý kamínek zachycený ve vzorku pláště. V počáteční poloze se kamínek dotýká vozovky. Zvolte vhodné měřítko a sestrojte pro bod A vektor rychlosti posuvného pohybu, vektor rychlosti otáčivého pohybu. Oba vektory složte, abyste získali výslednou rychlost $\boldsymbol{v}$ bodu A. Konstrukci opakujte pro další polohy bodu A během jedné otáčky kola, a to vždy po 30°.

b) Celou konstrukci opakujte pro bod B ve vzdálenosti $r/2$ od osy otáčení kola, který představuje např. magnet computeru upevněný na špici kola.

c) Dále zvolíme bod C v ose otáčení kola. Sestrojte do jednoho obrázku grafy závislosti poměru v/v_0 na úhlu otočení pro body A, B a C. Velikost v výsledné rychlosti zjistěte měřením z konstrukce nebo výpočtem.

3. Soustava těles

Na vlákně vedeném přes dvě malé kladky (obr. 1) jsou zavěšena dvě tělesa o hmotnostech m_1 a m_2, přičemž platí $m_1 < m_2$. Těleso 1 visí na části vlákna délky l, těleso 2 se nachází na vodorovné podložce. Nyní těleso 1 vychýlíme z rovnovážné polohy a uvolníme. Určete podmínku pro úhel α výchylky tak, aby se těleso 2 působením vlákna začalo pohybovat. Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $m_1 = 2{,}0$ kg, $m_2 = 3{,}0$ kg, resp. $m_2 = 7{,}0$ kg.



Obr. 1

4. Vagony

Po vodorovných přímých kolejích se pohybuje vagon o hmotnosti m_1 rychlostí o velikosti v_0 a narazí na zabrzděný vagon o hmotnosti m_2 $(m_1 < m_2)$. Po nárazu se vagony automaticky spojí. Součinitel smykového tření mezi koly vagonu a kolejnicemi je f.

a) Určete velikost a zrychlení soustavy během zastavování.

b) Určete brzdnou dráhu s soustavy.

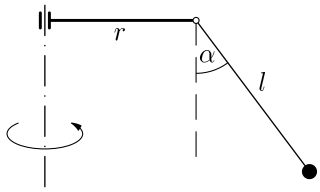
c) Určete poměr s'/s, kde s' je brzdná dráha soustavy za jinak stejných podmínek, jestliže se role vagonů vymění.

d) Určete brzdnou dráhu s'' soustavy v případě, že vagony mají stejnou hmotnost.

Řešte obecně, pak pro hodnoty $m_1 = 20$ t, $m_2 = 32$ t, $v_0 = 6{,}0\ \mathrm{m \cdot s^{-1}}$, $f = 0{,}060$, $g = 10\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

5. Řetízkový kolotoč

Sedačka řetízkového kolotoče je zavěšena ve vzdálenosti r od osy otáčení, závěs má délku l (obr. 2). Při rovnoměrném otáčení kolotoče nesmí přetížení pasažéra překročit hodnotu 1,5 (tj. celková síla působící na pasažéra nesmí překročit 1,5násobek jeho tíhové síly).



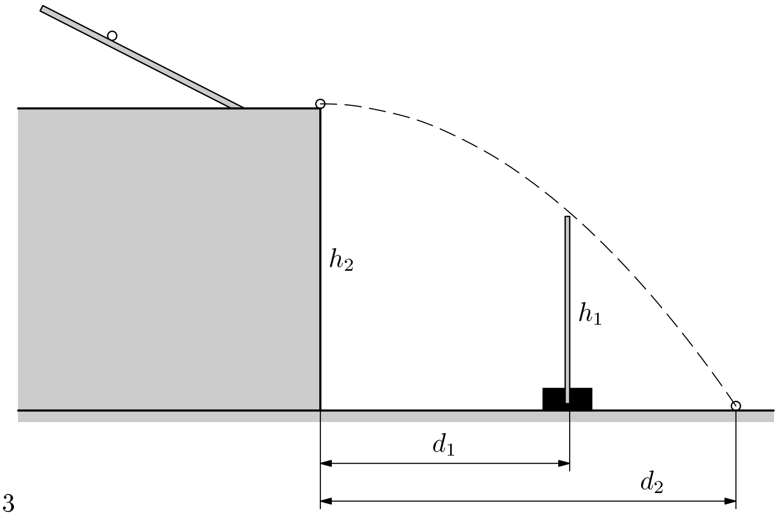
Obr. 2

a) Určete maximální úhel α, o který se závěs odchýlí od svislého směru.
b) Určete maximální velikost obvodové rychlosti pasažéra.
c) Určete maximální frekvenci otáčení kolotoče.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $r = 3{,}2$ m, $l = 3{,}8$ m, $g = 9{,}81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$.

6. *Praktická úloha:* **Studium vodorovného vrhu**

Sestavte aparaturu podle obr. 3. K vodorovné desce stolu je upevněna skloněná lišta se žlábkem nebo skloněná rovinná deska, z níž budeme pouštět kuličku. Mezi koncem lišty a hranou stolu je určitá vzdálenost, taková, aby kulička opouštěla desku stolu ve vodorovném směru. Na podlaze stojí svislá deska tvaru obdélníku o výšce h_1. Volte $0{,}5h_2 < h_1 < 0{,}75h_2$, kde h_2 je výška stolu.



Obr. 3

Malou ocelovou kuličku uvolníme z jistého fixovaného místa nakloněné roviny. Po opuštění desky stolu letí kulička vzduchem a nakonec dopadne na podlahu. Opakovanými pokusy hledáme takovou polohu svislé desky, aby byla co nejdále od stolu a současně aby kulička přes ni bez dotyku ještě přelétla. Místo dopadu kuličky na podlahu registrujeme např. kopírákem s papírem položeným v předpokládané oblasti dopadu na podlaze. U optimálně provedeného pokusu změříme vzdálenosti d_1 a d_2.

Popsané měření proveďte aspoň pro 6 různých počátečních poloh kuličky na nakloněné rovině. Výsledky měření zapište do tabulky:

$\frac{d_1}{\text{cm}}$						
$\frac{d_2}{\text{cm}}$						

a) Sestrojte graf závislosti souřadnice desky d_1 na délce vrhu d_2. Postupujte tak, že vynesete naměřené hodnoty a vzniklé body proložíte přímkou procházející počátkem. Graf sestrojte ručně na milimetrový papír, nebo použijte počítač.

b) Z grafu určete směrnici sestrojené přímky, tj. tangens úhlu mezi přímkou a vodorovnou osou d_2.

c) Změřte výšku stolu h_2 a výšku svislé desky h_1. Vypočtěte hodnotu výrazu $\sqrt{\frac{h_2 - h_1}{h_2}}$ a porovnejte ji s hodnotou směrnice přímky z úlohy b).

d) Pro prováděný vodorovný vrh si zvolte soustavu souřadnic Oxy, napište časové rovnice vrhu a z nich odvoďte rovnici trajektorie. Za souřadnice x, y v rovnici trajektorie dosaďte nejprve souřadnice horní hrany svislé desky a poté souřadnice místa dopadu. Ze získaných rovnic dokažte platnost předpokládané rovnosti z úlohy c).

7. Házení míčku

Na vodorovné střeše domu stojí chlapec, který hází malým míčkem počáteční rychlostí o velikosti v_0. Míček opouští ruku v rovině vnějšího povrchu stěny domu ve výšce h_0 nad okolním vodorovným terénem. Chlapec hodil míček nejprve svisle vzhůru, poté vodorovně a nakonec šikmo vzhůru pod úhlem α vzhledem k vodorovnému směru.

a) Určete doby t_1, t_2, t_3, po které je míček ve vzduchu.

b) Určete velikosti v_1, v_2, v_3 rychlostí, kterými míček dopadne na zem.

c) Určete vzdálenosti d_1, d_2, d_3 dopadu míčku od stěny domu.

Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty $v_0 = 16\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, $h_0 = 28\ \text{m}$, $\alpha = 45°$, $g = 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.