



Ústřední komise fyzikální olympiády České republiky

Teoretické úlohy celostátního kola jubilejního 50. ročníku FO

Praha 2008

1. Pohyby v planetární soustavě

(úloha k Mezinárodnímu roku astronomie)

O planetě Marsu zjistili astronomové na základě měření provedených z povrchu Země, že doba oběhu (siderická) je $T_M = 1,881$ roku. Trajektorii Země je možno považovat za kružnici (vzdálenost Země od Slunce je $r_Z = 1,000$ AU), ale trajektorie Marsu je eliptická s číselnou výstředností 0,0934. Obě trajektorie leží přibližně ve stejné rovině.



- Z uvedených údajů určete délku hlavní poloosy a a vedlejší poloosy b trajektorie Marsu, vzdálenost r_a Marsu od Slunce v aféliu a vzdálenost r_p v periheliu.
- Určete plošnou rychlost w Marsu (tj. plochu opsanou jeho průvodičem za jednotku času), velikost v_a jeho rychlosti v aféliu a velikost v_p jeho rychlosti v periheliu. Jak závisí poměr hodnot v_p , v_a na číselné výstřednosti trajektorie Marsu?
- Určete hodnoty k_{sa} , k_{sp} solární konstanty v okolí Marsu při jeho průchodech aféliem a periheliem, je-li solární konstanta v okolí Země $k_{sZ} = 1360 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$. Jak závisí poměr hodnot k_{sp} , k_{sa} na číselné výstřednosti trajektorie Marsu?
- Pro cestu z okolí Země do okolí Marsu je energeticky optimální pohyb po trajektorii tvaru elipsy, která se vně dotýká trajektorie Země a uvnitř trajektorie Marsu. Situaci načrtněte. Jaká by byla doba pohybu kosmické lodě z okolí Země do okolí Marsu, kdyby se v okamžiku přiblížení nacházel 1) v periheliu, 2) v aféliu?

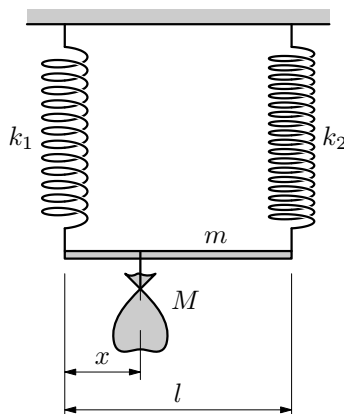
Při řešení počítejte, že $1 \text{ AU} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$, $1 \text{ rok} = T_Z = 3,156 \cdot 10^7 \text{ s}$. Ve výsledku volte „rozumný“ počet platných míst.

2. Pružiny

Na obr. 1 je znázorněna soustava dvou pružin zanedbatelné hmotnosti o tuhostech k_1 a k_2 , jejichž konce jsou spojeny homogenní tyčí stálého průřezu o délce l a hmotnosti m . Obě pružiny měly v nezátíženém stavu (před spojením konců pružin tyčí) stejnou délku. Na tyč zavěsíme jako závaží sáček s broky o hmotnosti M .

- Určete souřadnici $x \in (0; l)$ místa na tyči, kam musíme zavěsit závaží, aby tyč zůstala ve vodorovné poloze. Jaká bude v tomto případě deformace obou pružin?
- Tyč spojující konce pružin odstraníme a všechny broky rozdělíme do dvou sáčků o hmotnostech m_1 a m_2 , z nichž první zavěsíme na pružinu o tuhosti k_1 a druhý na pružinu o tuhosti k_2 . Jaký musí být poměr $p = m_1/m_2$, aby prodloužení obou pružin bylo stejné?
- Odvodte vztah pro výpočet celkové elastické energie obou pružin jako funkce poměru p . Určete, pro jakou hodnotu p bude tato energie minimální a pro kterou maximální. Vypočítejte její velikosti.

Řešte nejprve obecně, potom pro hodnoty $M = 500$ g, $m = 100$ g, $l = 20$ cm, $k_1 = 16$ N · m⁻¹, $k_2 = 32$ N · m⁻¹, $g = 9,81$ m · s⁻².



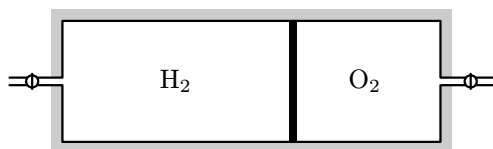
Obr. 1

3. Válec s pístem

Dokonale tepelně izolovaná válcová nádoba o celkovém objemu $V = 20,0 \text{ dm}^3$ je rozdělena na dvě části lehce pohyblivým pístem zanedbatelné hmotnosti (obr. 2). Do levé části nádoby napustíme vodík o hmotnosti $m_1 = 3,00 \text{ g}$ a teplotě $T_1 = 300 \text{ K}$, do pravé části kyslík o hmotnosti $m_2 = 16,0 \text{ g}$ a teplotě $T_2 = 400 \text{ K}$. Píst slabě vede teplo a teploty v obou částech nádoby se postupně vyrovnají.

- Určete počáteční objemy vodíku a kyslíku V_1, V_2 a počáteční tlak p_0 plynů v nádobě.
- Určete teplotu T , tlak p' a objemy V'_1, V'_2 plynů po vyrovnání teplot.
- Určete teplo, které během celého děje projde pístem.

Vnitřní energie n molů ideálního plynu s dvouatomovými molekulami je $\frac{5}{2}nRT$.

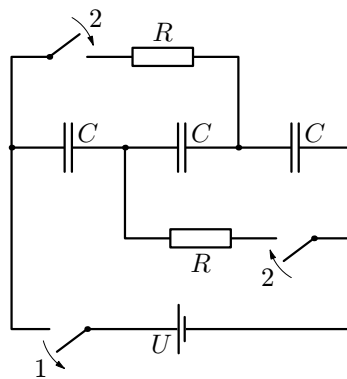


Obr. 2

4. Tři kondenzátory

Tři stejné kondenzátory s kapacitou C byly sériově připojeny ze zdroje o svorkovém napětí U . Po odpojení zdroje ke kondenzátorům současně připojíme dva rezistory o stejném odporu R podle obr. 3.

- Na jaké hodnotě se ustálí napětí na jednotlivých kondenzátorech?
- Jaké teplo se během přechodného děje uvolní na každém z rezistorů?
- Vysvětlete, proč v určitém okamžiku bude na prostředním kondenzátoru nulové napětí. Jaký proud bude v tomto okamžiku procházet rezistory?



Obr. 3